

LE DIAGRAMME DE LEXIS - SON UTILITE EN DEMOGRAPHIE.

Le schéma graphique dû à Lexis permet de ramener au plan une représentation à trois dimensions. Il est utile lorsqu'un phénomène dépend de deux variables indépendantes, cas fréquent en démographie. Ce schéma très pratique pour l'étude des décès et l'établissement des tableaux de mortalité peut être facilement étendu aux autres événements démographiques.

Introduisons-le à partir du phénomène de mortalité et considérons un individu né le 1^{er} janvier 1961 et décédé le 15 septembre 1963. Pour représenter sa ligne de vie par un graphique simple, traçons deux axes perpendiculaires et portons en abscisses les dates du calendrier et en ordonnées les âges (fig. n° 1). A mesure que le temps s'écoule le point représentant l'individu qui est en 0 au moment de sa naissance se déplace sur la bissectrice de l'angle droit qui devient le tracé de sa ligne de vie. Celle-ci s'interrompt au moment de la mort représenté par le point mortuaire M. situé ici après le 2^e anniversaire puisque l'individu est décédé à l'âge de 2 ans révolus. Dans ce schéma, les lignes de vie de tous les individus sont parallèles ; le diagramme de Lexis est une systématisation de ce type de représentation. Ayant dessiné deux axes perpendiculaires, on porte en abscisse les dates et en ordonnée les âges (durées). On trace les verticales passant par les débuts d'années de calendrier et les horizontales correspondant aux durées en années et on obtient ainsi un quadrillage (fig. n° 2).

Au lieu de suivre dans ce quadrillage, la ligne de vie d'un seul enfant, suivons celles de l'ensemble des enfants nés dans un même année, formant donc une génération, et prenons l'exemple de la génération de l'année 1961. La diagonale issue de A. représente les lignes de vie des enfants nés le 1^{er} janvier 1961 tandis que la diagonale issue de B. décrit l'ensemble des lignes de vie des nouveau-nés du 31 décembre 1961. La fig. n° 2 dégage clairement que toutes les lignes de vie de la génération de 1961 se situent dans le couloir hachuré.

Le quadrillage complété par ses diagonales permet donc l'étude d'un phénomène démographique (ici la mortalité) selon une durée (ici l'âge) une date et une génération. Dans cette représentation, l'événement démographique, dans le cas précis du décès, est déterminé par un point. Ainsi, les décès intervenus à l'âge de 1 an en 1962 sont des points tous situés dans le carré C.D.E.F. de la fig. 2. On s'aperçoit immédiatement à l'aide du diagramme que ces décès appartiennent à deux générations, celles de 1960 et de 1961. Dès lors les décès frappant une génération

dans une année déterminée se retrouvent tous dans un parallélogramme. Ainsi, le parallélogramme S.N.I.J. contient les décès subis par la génération de 1961 en 1964 ; on note aisément qu'une partie des décès survient à l'âge de 2 ans et l'autre à 3 ans. Si on veut dénombrer les décès frappant une génération à un certain âge, on considère à nouveau un parallélogramme. Celui déterminé par les points K.L.M.N. englobe les décès survenus à 4 ans dans la génération de 1959. On note que des décès s'étalent sur les deux années 1963 et 1964. Il se dégage de tout ceci que l'événement démographique commun à une année, à une durée et à une génération se trouve dans un triangle : Les décès à l'âge de 1 an subis par la génération de 1961 ou 1962 s'inscrivent dans le triangle D.E.F. (fig. n° 2).

Complétons cette description en précisant la représentation dans le diagramme de Lexis des effectifs d'une génération à une date précise. Choisissons le 31 décembre 1964 et utilisons la figure n° 2 ; à cette date, tous les points représentatifs des individus de la génération de 1961 se situent sur la ligne I. N. et tous ont atteint l'âge de 3 ans révolus. Les populations sont donc révélées dans le diagramme par des lignes ; ce sont des flux à travers des segments qui donnent l'état de la population. Ainsi, les individus atteignant l'âge de 2 ans dans la génération de 1960 sont représentés par la ligne C.D. dans la figure n° 2.

Tous ces éléments suffisent pour aborder le cas concret d'une distribution de données statistiques dans le diagramme de Lexis. Les valeurs choisies concernent la mortalité et sont extraites des publications de l'Institut National de Statistique ; elles portent sur les décès de 0 à 4 ans observés en Belgique en 1966 (tableau n° 1) ainsi que sur les décès observés dans la génération de 1962, de 1962 à 1966 (tableau n° 2). La figure n° 3 montre comment elles se disposent dans un diagramme de Lexis. L'état civil est la source statistique la plus importante des événements démographiques alors que le recensement permet de connaître l'état de la population, donc les flux. Le tableau n° 3 donne une statistique de la structure des âges de la population de la Belgique tirée du recensement du 31-12-1961 dont la distribution dans un diagramme de Lexis est indiquée dans la figure n° 3.

Cet instrument de travail peut être étendu aux autres phénomènes démographiques moyennant quelques transpositions. L'âge se mue en durée et la génération cède la place à la cohorte qui peut être définie comme un ensemble d'individus ayant vécu au cours d'une période un événement démographique. Ce perfectionnement terminologique est une généralisation ; on peut ainsi suivre une promotion de mariages, la ligne de vie devient la ligne de survie à l'état de marié qui peut être interrompue par le décès d'un des conjoints ou par une séparation.

Prenons un exemple tiré des statistiques de la natalité. Il s'agit de placer dans un diagramme de Lexis, les valeurs du tableau n° 4 qui décrit les naissances de 2^e rang en Belgique selon la durée et l'année de mariage en 1965, en 1966 et en 1967. La figure n° 4 donne la solution, la durée

du mariage est en ordonnées et les dates en abscisses ; les générations sont remplacées par les promotions de mariage dont les valeurs sont extraites du tableau n° 5.

Ces exemples dégagent les deux types d'analyse utilisés en démographie. L'analyse transversale examine un événement démographique à un moment déterminé. Ces exemples soulignent aussi la complexité du fait démographique qui est à la fois un passé, un présent et même déjà un futur.

Pour mieux comprendre l'intérêt du diagramme de Lexis, il est nécessaire de présenter un calcul. Utilisons d'abord les valeurs de la table de mortalité (1928-1932) de la Belgique pour les deux sexes (tableau n° 6) et plaçons-les dans le diagramme de Lexis (fig. n° 5). Les quotients de mortalité se calculent facilement à partir de la figure n° 5. Ainsi, le quotient de mortalité ou probabilité de décès à l'âge de 1 an vaut 1.452×1.000

$$\frac{1.452 \times 1.000}{91.011} = 15,95\% \text{ ou } 0,01595.$$

La disposition des statistiques de la table dans un couloir oblique du diagramme de Lexis se motive parce que la table de 1928-1932 décrit les effets de la mortalité de cette époque sur une génération fictive de 100.000 personnes, qui la subirait pendant un siècle ; il s'agit de la transposition longitudinale d'un fait du moment.

On peut donc avec les décès de deux années et une statistique de la structure des âges calculer aisément de tels quotients en négligeant les effets des migrations. Plaçons dans un diagramme de Lexis (figure n° 6), les décès masculins observés en Belgique en 1960 et en 1961 (tableau n° 7) ainsi que les valeurs des classes d'âges masculines au 31-12-1960 (tableau n° 8). Calculons à l'aide de ces valeurs le quotient de mortalité à l'âge de 1 an (Q 1). Les décès utilisés proviennent d'une partie de la mortalité à l'âge de 1 an de chacune des générations concernées ; ils se situent dans le parallélogramme renforcé (figure n° 6). Le dénominateur du rapport, formé par les survivants à l'âge de 1 an s'obtient en ajoutant aux 79.499 personnes âgées de 1 an au 31-12-1960, qui appartiennent toutes à la génération de 1959, les 84 décès survenus en 1960 dans cette génération. On reconstitue donc, l'effet des migrations étant exclu, l'effectif né en 1959 ayant atteint son 1^{er} anniversaire. Le quotient se calcule donc comme suit :

$$Q\ 1 = \frac{84 + 67}{79.499 + 84} = \frac{151}{79.583} = 0,00190.$$

Ayant ainsi calculé les quotients de mortalité à chaque âge, il suffit pour établir la liste par âge des survivants et des décédés de choisir une racine à la table qui correspondra à l'effectif de la génération fictive à qui nous faisons subir les probabilités de décès observées en 1960 et 1961. Ainsi, $100.000 \times 0,03413 = 3.413$ décès à l'âge 0 ce qui donne

par soustraction 96.587 survivants à l'âge 1. A leur tour, les 184 décès à l'âge 1 s'obtiennent en multipliant ces 96,587 survivants à l'âge 1 par 0,00190 valeur de Q 1 (tableau n° 9).

TABLEAU N° 1 - Belgique.

Répartition des décès de chaque sexe d'après leur année de naissance et leur âge en 1966. (Statistiques démographiques, 1969, n° 2).

Année de naissance	Age en années révolues	décédés du sexe masculin	décédés du sexe féminin	décédés des 2 sexes
1966	0	1.805	1.360	3.165
1965	0	311	261	572
1965	1	74	48	122
1964	1	64	50	114
1964	2	44	35	79
1963	2	34	22	56
1963	3	29	23	52
1962	3	29	21	50
1962	4	30	28	58
1961	4	34	19	53

TABLEAU N° 2 - Belgique.

Répartition des décès de chaque sexe selon l'âge dans la génération de 1962, de 1962 à 1966.

Année de décès	Age en années révolues	Décédés du sexe masculin	Décédés du sexe féminin	Décédés des 2 sexes
1962	0	2.031	1.550	3.581
1963	0	392	293	685
1963	1	78	61	139
1964	1	50	39	89
1964	2	26	34	60
1965	2	36	28	64
1965	3	22	20	42
1966	3	29	21	50
1966	4	30	28	58

TABLEAU N° 3.

Structure des âges de la population de la Belgique au 31-12-1961.

Ages	population des deux sexes
0 an	155.183
1 an	151.693
2 ans	155.028
3 ans	152.386
4 ans	150.504

TABEAU N° 4.

Naissances de 2° rang selon la durée et l'année du mariage en 1965, en 1966 et en 1967 (d'après le Bulletin de Statistique).

Durée du mariage	En 1965		En 1966		En 1967	
	Année du mariage actuel	2° naissance	Année du mariage actuel	2° naissance	Année du mariage actuel	2° naissance
0 an	1965	80	1966	66	1967	69
0 an	1964	177	1965	193	1966	185
1 an	1964	1.448	1965	1.425	1966	1.456
1 an	1963	3.600	1964	3.441	1965	3.319
2 ans	1963	4.511	1964	4.473	1965	4.352
2 ans	1962	4.746	1963	4.841	1964	4.828

TABEAU N° 5.

Nombre de mariages en Belgique de 1964 à 1967 (d'après le Bulletin de Statistique).

Années	Nombres absolus
1964	65.008
1965	66.535
1966	68.330
1967	68.309

TABEAU N° 6.

Extrait de la table de mortalité 1928-1932 de la Belgique (deux sexes).

Age	Survivants	Décès	Quotients de mortalité
0	100.000	8.989	0,08989
1	91.011	1.452	0,01595
2	89.559	549	0,00613
3	89.010	378	0,00425

TABLEAU N° 7 - Belgique.

Décès masculins en 1960 et 1961 de 0 à 3 ans.

Age	1960		1961	
	Année de naiss.	Décès	Année de naiss.	Décès
0	1960	2.353	1961	2.213
0	1959	467	1960	374
1	1959	84	1960	69
1	1958	79	1959	67
2	1958	42	1959	45
2	1957	39	1958	56
3	1957	40	1958	31
3	1956	20	1957	26

TABLEAU N° 8 - Belgique.

Population masculine âgée de 0 à 3 ans au 31-12-1960.

Age	Nbres absolus
0 an	77.543
1 an	79.499
2 ans	77.598
3 ans	76.079

TABLEAU N° 9.
Calcul d'une table de mortalité masculine (1960-1961).

Age x	Population au 31-12-1960	Décès à l'âge x dans la génération 1960- x		Effectif des personnes atteignant leur x^{me} anniversaire	Probabilité de décès Q_x	Survivants S_x	Décès d ($x x + 1$)
		1960	1961				
	(1)	(2)	(3)	(4) + (3) (2) + (3)	(6) (4) / (5)	(7)	(8) (6) x (7)
0	77.543	2.353	374	2.727	0,03413	100.000	3.413
1	79.499	84	67	151	0,00190	96.587	184
2	77.598	42	56	98	0,00126	96.403	121
3	76.079	40	26	66	0,00087	96.282	84

FIGURE N° 1.

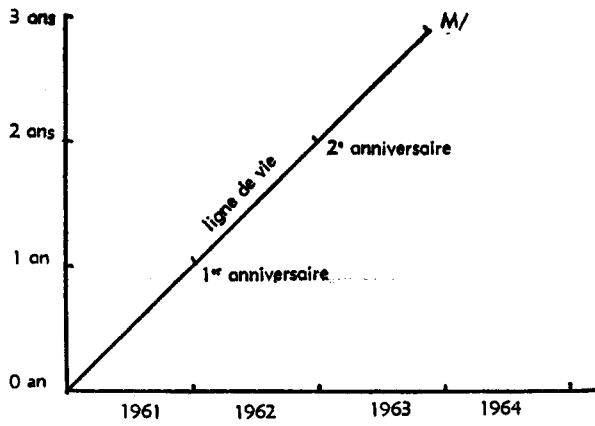


FIGURE N° 2.

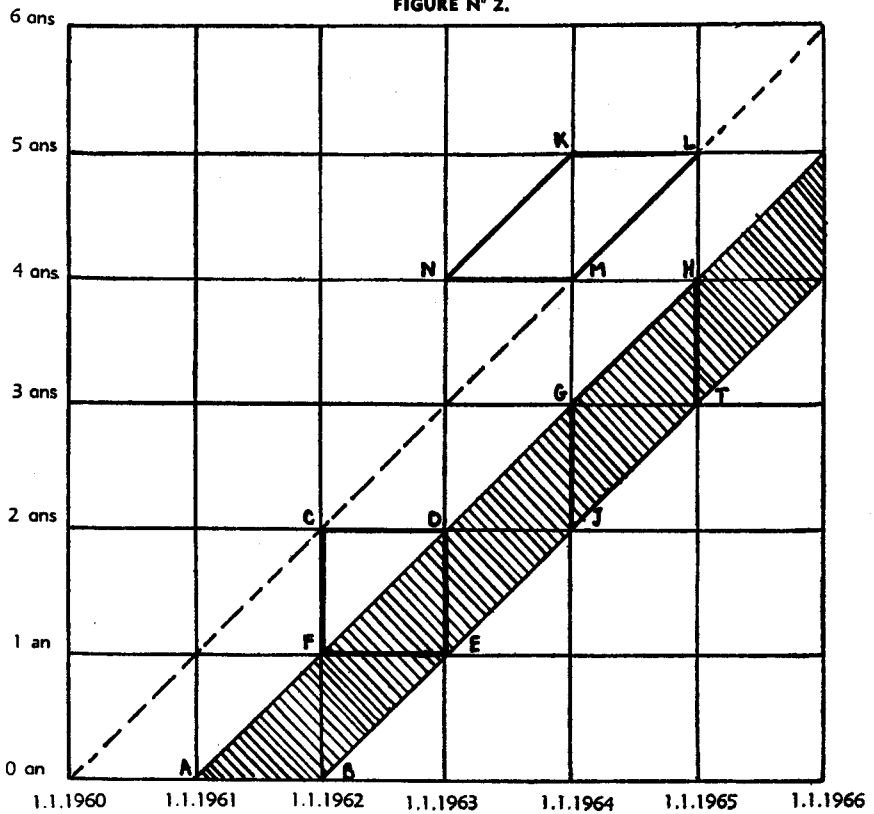


FIGURE N° 3.

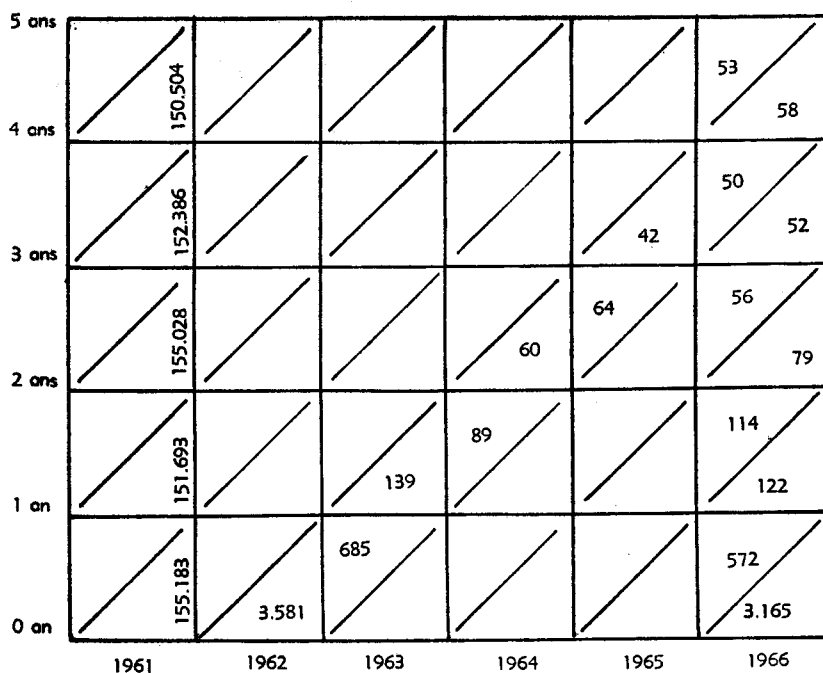


FIGURE N° 4.

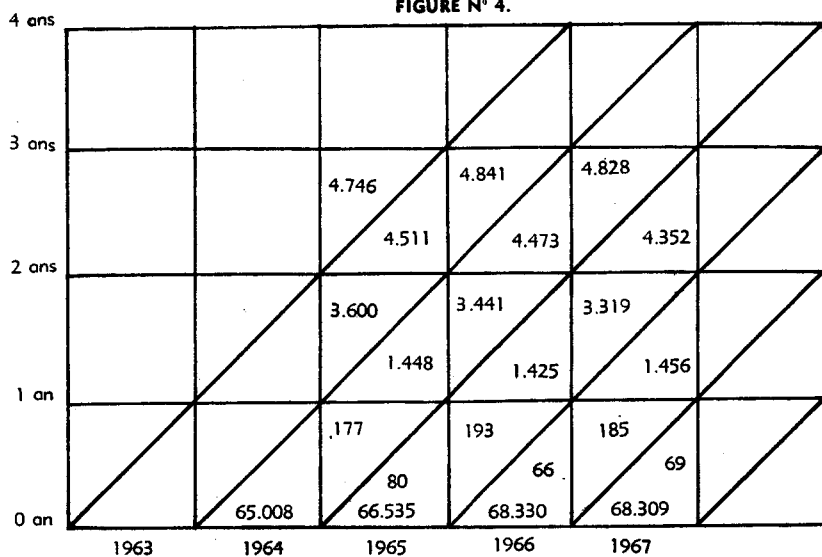


FIGURE N° 5.

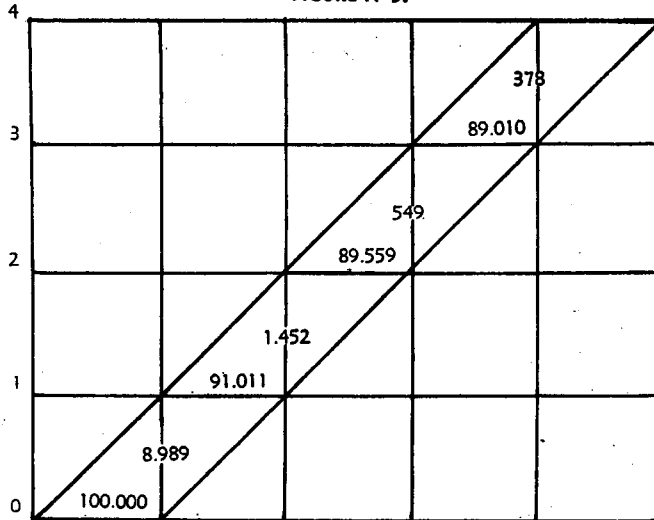
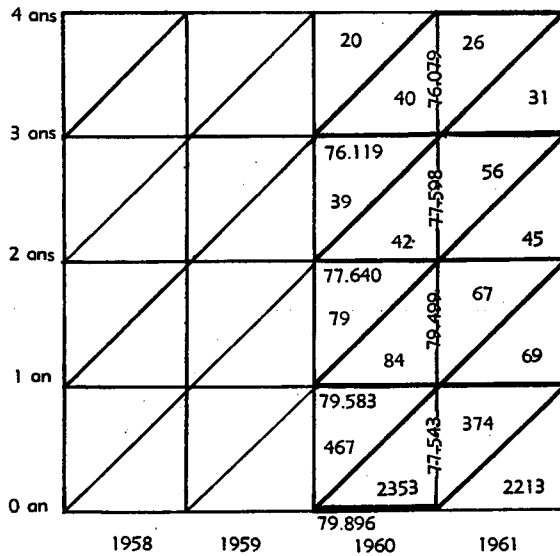


FIGURE N° 6.



R. ANDRE,
Chargé de cours
à l'Université Libre de Bruxelles.